

【北海道大】

次の文中の（ア）～（ケ）に適切な数式を入れよ。また（あ）（い）には図2に示す選択肢①～⑧の中から適切な記号を選択し記入せよ。

図1のような、一端を固定されたばねから打ち出された質量m [kg] の小球の運動を考える。ばねおよび台が置かれている床面は水平で同じ高さにあり、それを高さの基準とする。水平面上に傾斜角 θ [rad]、高さh [m] 質量M [kg] の台が置かれている。点Aの前後で傾斜角はともに θ であり、なめらかに接続されている。小球はばねと台を含む鉛直平面内を、床もしくは台から離れることなく運動するものとする。また空気の抵抗、小球と床および小球と台との摩擦、小球の大きさは無視できるとし、重力加速度の大きさをg [m/s²] とする。

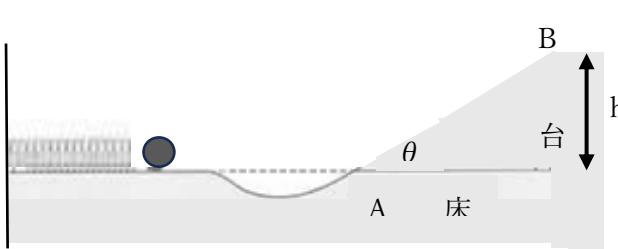


図1

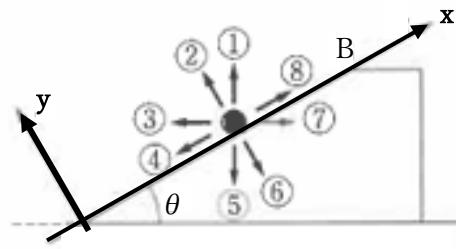


図2

(1) 最初に、台が床に固定されている場合を考える。ばねを自然の長さから台の高さの4分の1すなわち $\frac{h}{4}$ 縮め、小球を打ち出したところ、小球は台の最上部Bに到達したところで速さが0になった。このばねのばね定数は（ア） [N/m] であり、点Aを通過したときの小球の速さは（イ） [m/s] である。小球が台の斜面を運動している間、小球の加速度の大きさは（ウ） [m/s²] である。小球が点Aを通過してから、点Bに初めて到達するまでにかかる時間は（エ） [s] となる。また、台の斜面にある小球が受ける垂直抗力は、向きが（あ）、大きさが（オ） [N] である。

(2) 次に、床と台との摩擦がなく、台が水平に自由に動ける場合を考える。台は最初、床に対して静止していたが（1）と同様に打ち出した小球が台の斜面に乗ると台は動き始めた。図2に示すように、台の下端Aを原点とし x 軸、y 軸をとる。台に対する小球の加速度の x 成分を α [m/s²] 水平右向きを正の向きとしたときの床に対する台の加速度を β [m/s²] とする。小球が台の斜面から受ける垂直抗力の大きさをN [N] とすると、台の水平方向の運動方程式は $N \cdot \theta = M\beta$ (力) と表される。台に乗った座標系から見ると、小球には向きが（い）の慣性力がはたらいているので、台から見た時の小球の x 軸方向の運動方程式は、 $m\alpha = m\beta \cos\theta$ となる。このことは、台が床に対して等加速度運動をしていることを意味している。また、小球が最高点に達したときの高さは（ケ） [m] である。